

## 目次

第 1 章	ガイドブックのガイド	1
1.1	「局所ゲージ対称性」を思い描くために . . . . .	1
1.2	本書の想定読者と構成 . . . . .	2
第 2 章	「ちゃんとした」理論とローレンツ群	5
2.1	「ちゃんとした」理論 . . . . .	5
2.2	2つの仮定とローレンツ変換 . . . . .	6
2.3	この宇宙に存在しうる「粒子」 . . . . .	8
2.4	群の表現の入り口 . . . . .	10
第 3 章	時空概念の変革	21
3.1	ローレンツ変換 . . . . .	21
3.2	ニュートン力学における相対性と絶対時間 . . . . .	23
3.3	速度の合成則とラピディティ . . . . .	24
3.4	ミンコフスキー時空 . . . . .	25
3.5	線型変換で大切な 2 つの視点 . . . . .	25
3.6	ミンコフスキー時空からローレンツ多様体へ . . . . .	30
第 4 章	質点運動のレシピ	33
4.1	荷電粒子の運動と電磁場の方程式 . . . . .	33
4.2	解析力学による抽象化の必要性について . . . . .	35
4.3	作用積分と変分原理 . . . . .	37
4.4	解析力学の立場からニュートン力学を見直す . . . . .	40

---

4.5	オイラー・ラグランジュ方程式の利点 . . . . .	41
4.6	連続対称性と保存則 . . . . .	43
4.7	ハミルトン形式の解析力学 . . . . .	51
4.8	特殊相対論的粒子の作用とラグランジアン . . . . .	52
4.9	特殊相対論的粒子のハミルトニアン . . . . .	53
4.10	質点から場への拡張 . . . . .	53
4.11	古典論から量子論への拡張 . . . . .	54
<b>第 5 章</b>	<b>質点運動から場の運動へ</b>	<b>57</b>
5.1	話の流れ . . . . .	57
5.2	調和振動子の解析力学 . . . . .	58
5.3	1次元連成振動子の固有振動 . . . . .	60
5.4	固有モードへの分解と実対称行列の対角化 . . . . .	61
5.5	1次元連成振動子のハミルトニアン . . . . .	63
5.6	質点系の連続極限 . . . . .	64
5.7	1次元波動方程式の固有振動とフーリエ変換 . . . . .	65
5.8	場のハミルトニアン . . . . .	67
5.9	相対論的場へ . . . . .	69
<b>第 6 章</b>	<b>多重線型写像と添え字の上げ下げ</b>	<b>71</b>
6.1	電磁場のラグランジアン密度 . . . . .	71
6.2	双対ベクトル空間の成分表示 . . . . .	73
6.3	2変数関数から2階テンソルへ . . . . .	75
6.4	1次変換としての2階テンソル . . . . .	77
6.5	ユークリッド計量 . . . . .	77
6.6	いわゆる「添え字の上げ下げ」 . . . . .	78
6.7	4元ベクトルとミンコフスキー計量 . . . . .	81
6.8	ローレンツ変換によるテンソルの変換性と縮約 . . . . .	82
6.9	共変形式のマクスウェル方程式 . . . . .	84
<b>第 7 章</b>	<b>「ギョツとする」記法 —微小要素と線型写像の二面性—</b>	<b>87</b>

---

7.1	2次元ユークリッド空間上の接空間とベクトル場 . . . . .	87
7.2	2次元ユークリッド空間の余接空間と微分1形式 . . . . .	91
7.3	3次元ユークリッド空間上の微分形式の外積とホッジ双対 . . . . .	95
7.4	外積とホッジ双対の使用例 . . . . .	98
7.5	微分形式の外微分 . . . . .	99
7.6	微分形式の積分 . . . . .	100
7.7	外微分が変数変換に対して不変であるワケ . . . . .	102
7.8	ポアンカレの補題 . . . . .	105
第8章	ミンコフスキー時空中の微分形式 . . . . .	109
8.1	4次元ミンコフスキー時空中の微分形式 . . . . .	109
8.2	微分形式を用いたマクスウェル方程式 . . . . .	110
8.3	電磁場のゲージ対称性 . . . . .	112
第9章	特殊から一般へ . . . . .	115
9.1	一般相対論への接し方の一例 . . . . .	115
9.2	一般相対論の指導原理と数学表現 . . . . .	117
9.3	特殊相対論から一般相対論への道 . . . . .	118
9.4	一般相対論の数学的表現 . . . . .	120
9.5	ベクトル・基底・一般座標変換 . . . . .	120
9.6	平行移動・接続・曲率 . . . . .	123
9.7	質点の運動方程式 . . . . .	126
9.8	測地線方程式のニュートン極限 . . . . .	126
9.9	アインシュタイン・ヒルベルト作用 . . . . .	127
9.10	共変微分の非可換性とゲージ理論 . . . . .	129
第10章	スピノル場の方程式 . . . . .	131
10.1	いわゆるディラックのアクロバットと慣性系のスピノル場 . . . . .	131
10.2	重力場中のスピノル場 . . . . .	135
10.3	重力場と電磁場とスピノル場 . . . . .	136

---

第 11 章	局所ゲージ対称性と非可換ゲージ場	139
11.1	$U(1)$ ゲージ理論	139
11.2	$U(1)$ から $SU(2)$ へ	143
11.3	Yang-Mills 場の作用積分	145
第 12 章	動き回る物質の中の電子スピンたち	149
第 13 章	ゲージ場の量子論へのはるかなる道のり	155
13.1	全体のまとめ	155
13.2	ゲージ場の量子論への道	157
13.3	高度な本の序章をチラ見	158
13.4	微分形式を駆使する解析力学	159
13.5	参考文献リスト	160
索引		163

を共変解析力学の立場から詳述した共著本を準備中ですので、興味を持たれた方は楽しみにしていただけると幸いです。

## 13.5 参考文献リスト

本書で紹介した文献を（ほぼ）登場順にまとめておきます。

1. 川村嘉春「相対論的量子力学」(裳華房)
2. 坂本真人「場の量子論—不変性と自由場を中心にして—」(裳華房)
3. ワインバーグ「場の量子論」(吉岡書店)
4. 九後汰一郎「ゲージ場の量子論」(培風館)
5. W. N. コッティンガム・D. A. グリーンウッド「素粒子標準模型入門」(シュプリンガー・ジャパン)
6. 梁成吉「キーポイント 行列と変換群」(岩波書店)
7. 高橋康「物理数学ノート」(講談社サイエンティフィク)
8. 高橋康「物理数学ノート II」(講談社サイエンティフィク)
9. 長谷川浩司「線型代数 [改訂版]」(日本評論社)
10. 横田一郎「初めて学ぶ人のための群論入門」(現代数学社)
11. 横田一郎「群と表現」(裳華房)
12. A. Zee, “Group Theory in a Nutshell for Physicists” (Princeton University Press)
13. J. J. サクライ「現代の量子力学 (上)」(吉岡書店)
14. 米谷達也「パラメータを視る変数と図形表現」(現代数学社)
15. 藤岡敦「手を動かしてまなぶ線形代数」(裳華房)
16. 佐武一郎「線型代数学」(裳華房)
17. J. J. キャラハン「時空の幾何学—特殊および一般相対論の数学的基礎」(シュブシンガーフェアラク東京)
18. 藤岡敦「具体例から学ぶ多様体」(裳華房)
19. 小林昭七「曲線と曲面の微分幾何」(裳華房)
20. 野水克己「現代微分幾何入門」(裳華房)
21. 須藤靖「一般相対論入門」(日本評論社)

22. 内山龍雄「相対性理論」(岩波書店)
23. 須藤靖「解析力学・量子論」(東京大学出版会)
24. 高橋康「量子力学を学ぶための解析力学入門」(講談社サイエンティフィック)
25. 高橋康「量子場を学ぶための場の解析力学入門」(講談社サイエンティフィック)
26. ランダウ・リフシッツ物理学小教程「力学・場の理論」(ちくま学芸文庫)
27. レオン・レーダーマン, クリストファー・ヒル「対称性」(白揚社)
28. 内山龍雄「一般ゲージ場論序説」(岩波書店)
29. 深谷賢治「解析力学と微分形式」(岩波書店)
30. 今井功「応用超関数論 I・II」(サイエンス社)
31. 和達三樹「微分・位相幾何」(岩波書店)
32. シュッツ「物理学における幾何学的方法」(吉岡書店)
33. 茂木勇・伊藤光弘「微分幾何学とゲージ理論」(共立出版)
34. 田代嘉宏「テンソル解析」(裳華房)
35. 志賀浩二「ベクトル解析 30 講」(朝倉書店)
36. 須藤靖「一般相対論入門」(東京大学出版会)
37. C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, "Gravitation" (Princeton University Press)
38. 太田浩一「マクスウェル理論の基礎」(東京大学出版会)
39. シュッツ「相対論入門」(丸善)
40. 坪井俊「幾何学 III 微分形式」(東京大学出版会)
41. 小沢哲也「曲線・曲面と接続の幾何」(培風館)
42. 小沢哲也「平面図系の位相幾何」(培風館)
43. 須藤靖「もうひとつの一般相対論入門」(東京大学出版会)
44. 小林昭七「接続と微分幾何とゲージ理論」(裳華房)
45. F.W. Hehl et al., "General relativity with spin and torsion: Foundations and prospects", Rev. Mod. Phys. **48**, 393 (1976)
46. 藤井保憲「超重力理論入門」(産業図書)

47. ディラック「一般相対性理論」(ちくま学芸文庫)
48. 内山龍雄「一般ゲージ場論序説」(岩波書店)
49. 清水明「新版・量子論の基礎」(サイエンス社)
50. 朝永振一郎「スピンはめぐる」(みすず書房)
51. 松原隆彦「宇宙論の物理・上」(東京大学出版会)
52. S. Weinberg, “Gravitation and cosmology” (Wiley)
53. 中原幹夫「理論物理学のための幾何学とトポロジー」(日本評論社)
54. T. Eguchi, P. B. Gilkey, and A. J. Hanson, “Gravitation, gauge theories and differential geometry” (North-Holland Publishing Company) (Physics Reports 66, No. 6 (1980) p.213–393)
55. ランダウ・リフシッツ「力学」(東京図書)
56. S. Maekawa, S. Valenzuela, E. Saitoh, and T. Kimura, (eds.), “Spin current 2nd edition”, Oxford Univ. Press
57. M. Matsuo, E. Saitoh, and S. Maekawa, “Spin-Mechatronics”, J. Phys. Soc. Jpn. **86**, 011011 (2017)
58. 松尾衛・齊藤英治・前川禎通「非慣性系のスピントロニクス」(日本物理学会誌 2017 年 9 月号)

## 索引

- $SO(2)$ , 11, 14–16  
 $SO(3)$ , 15, 16  
 $SU(2)$ , 16, 17, 144–146  
 $SU(2)$  ゲージ群, 139  
 $SU(2)$  ゲージ場, 144, 147  
 $SU(3)$ , 147  
  
 $U(1)$ , 14–16  
  
一般座標変換, 116, 117, 120–122, 125, 128, 129, 150  
一般相対性原理, 117, 119, 120  
オイラー・ラグランジュ方程式, 39–41, 50, 51, 53, 59, 60, 65, 69, 72, 73, 85, 105, 140, 141, 146  
回転群, 11, 12, 14, 16–18  
慣性力, 117, 118, 135, 149, 151, 152  
完全形式, 106, 111, 140  
外積, 95, 96, 98, 99  
外微分, 95, 99–103, 105, 109, 112, 113, 140, 141  
ガリレイ変換, 21, 23, 24  
基準座標, 61, 64  
共変微分, 117, 120, 124, 125, 129, 136, 141, 142  
局所ゲージ対称性, 1, 129, 137, 139, 141, 142  
局所  $U(1)$  ゲージ対称性, 2, 137  
局所  $U(1)$  ゲージ変換, 2  
曲率, 117  
曲率テンソル, 124, 128  
ゲージ場, 1, 112, 142, 144, 147  
ゲージ変換, 1, 4, 140–145  
光円錐, 29  
固有振動, 57, 58, 61, 62, 65, 66  
固有振動数, 61, 66, 67  
固有時, 21, 29, 30, 83, 126  
固有モード, 61  
四脚場, 135, 136, 150  
  
時間の遅れ, 21, 27, 28  
循環座標, 42  
スカラー場, 10, 120, 131, 133  
スピノル, 17, 132, 151  
スピノル場, 2, 10, 117, 120, 131, 134–137, 143, 152, 159  
スピノル表現, 16, 17  
スピン, 39, 149, 151, 152  
スピン接続, 117, 136, 137, 150, 151, 159  
生成子, 12–15, 17, 18, 46  
双対ベクトル, 76, 91, 92, 122  
双対ベクトル空間, 74–76, 79, 80  
測地線方程式, 126, 127  
速度の合成則, 23, 24  
多脚場, 117, 135  
多重線型写像, 71, 75, 76, 96  
多重線型性, 75, 76  
テンソル, 17, 71, 73, 75–77, 82–84, 96, 116–118, 120, 122  
テンソル場, 10, 131  
ディラックスピノル, 134  
ディラック方程式, 131, 133–136, 141, 149, 150, 152  
電磁ポテンシャル, 2, 71–73, 84, 106, 110, 112, 127, 129, 137, 139, 141  
等価原理, 117, 119  
特殊相対性原理, 6, 21, 52, 117, 118, 120, 155  
ネーターの定理, 36, 43–48, 50  
ハミルトニアン, 46, 51–53, 57, 63, 64, 67, 68, 133, 150, 151  
非可換ゲージ場, 129, 139, 145  
非慣性系, 6, 117, 119, 135, 150, 152  
ビアンキ恒等式, 73, 111, 140, 146  
微分形式, 31, 51, 84, 85, 87, 90, 95, 96, 98–100, 103, 106, 109, 110, 112, 113, 139, 141, 156, 159  
閉形式, 106



- 変分原理, 33, 39, 44, 57, 59, 65  
べき零性, 105  
ベクトル場, 10, 90, 120, 123, 131  
ホッジ双対, 85, 95–100, 110, 111,  
139–141, 146  
ポアンカレ群, 132, 157  
ポアンカレゲージ対称性, 137  
ポアンカレの補題, 106  
マクスウェル方程式, 34–36, 71, 82, 85,  
109–112, 127, 141, 146, 156  
ミンコフスキー計量, 81–83, 127, 135,  
136, 150  
ユークリッド計量, 77–79, 81  
ラグランジアン, 1, 2, 37, 39–41, 43, 45,  
51–53, 59, 62, 63, 69, 71, 85,  
105, 128, 129, 134, 136, 141,  
149, 150  
ラピディティ, 10, 24  
リー群, 16, 18, 19  
リー代数, 16, 18, 19  
リーマン計量, 117, 127–129, 150  
リーマン接続, 117, 123, 125, 127, 136,  
151  
ローレンツ群, 3, 5, 7, 9–11, 16, 131,  
132, 155, 157  
ローレンツ収縮, 21, 27, 28  
ローレンツ変換, 5–10, 21–26, 28–30, 52,  
54, 73, 82, 83, 85, 86, 118, 120,  
133