

# 目次

第 0 章	本書について	1
0.1	ゲージ理論について . . . . .	1
0.2	微分形式と共変解析力学について . . . . .	3
0.3	本書の構成について . . . . .	3
0.4	本書についてのいくつかの注意 . . . . .	5
第 1 部	場の古典論	11
第 1 章	質点系のラグランジュ形式	13
1.1	オイラー・ラグランジュ方程式 . . . . .	13
1.2	オイラー・ラグランジュ方程式の共変性 . . . . .	15
1.3	自由粒子のラグランジアン . . . . .	16
1.4	質点と重力場との相互作用 . . . . .	19
1.5	質点と電磁場との相互作用 . . . . .	20
第 2 章	一般相対論の原理	22
2.1	特殊相対論の原理 . . . . .	22
2.2	一般相対論の諸原理 . . . . .	24
2.3	計量の導入 . . . . .	28
2.4	光線の運動方程式 . . . . .	29
2.5	局所慣性系と局所ローレンツ系との一致 . . . . .	33

---

2.6	自由粒子の方程式と弱い等価原理 . . . . .	33
2.7	諸原理についてのコメント . . . . .	40
<b>第 3 章</b>	<b>テンソル解析</b>	<b>43</b>
3.1	テンソル . . . . .	43
3.2	共変微分 . . . . .	48
3.3	平行移動 . . . . .	55
3.4	曲率テンソル . . . . .	56
3.5	計量テンソル . . . . .	58
3.6	接続を計量で表す . . . . .	60
3.7	微分形式 . . . . .	63
3.8	多脚場とスピン接続 . . . . .	69
3.9	コメント . . . . .	72
3.A	計算についての補足 . . . . .	72
<b>第 4 章</b>	<b>場の古典論の概要とゲージ原理</b>	<b>75</b>
4.1	物質場とゲージ場 . . . . .	75
4.2	場のオイラー・ラグランジュ方程式 . . . . .	76
4.3	電磁場 . . . . .	80
4.4	重力場 . . . . .	81
4.5	ゲージ原理 . . . . .	82
<b>第 5 章</b>	<b>電磁場</b>	<b>86</b>
5.1	質点と電磁場との結合 . . . . .	86
5.2	電磁場, 電磁場の強さの成分 . . . . .	89
5.3	電磁場のラグランジアン密度 . . . . .	90
5.4	マクスウェル方程式 . . . . .	92
5.5	微分形式での記述 . . . . .	93
<b>第 6 章</b>	<b>微分形式の微分形式による微分とその応用</b>	<b>95</b>
6.1	微分形式の微分形式による微分 . . . . .	95

6.2	微分形式でのオイラー・ラグランジュ方程式の導出 . . .	99
6.3	電磁場への応用 . . . . .	100
<b>第 7 章</b>	<b>複素スカラー場</b>	<b>101</b>
7.1	自由な複素スカラー場 . . . . .	101
7.2	複素スカラー場と電磁場との結合 . . . . .	103
<b>第 8 章</b>	<b>ゲージ場</b>	<b>106</b>
8.1	電磁場とアフィン接続との類似 . . . . .	106
8.2	非可換ゲージ場の導入 . . . . .	108
8.3	ゲージ場の変換則 . . . . .	110
8.4	ゲージ場の曲率 . . . . .	112
8.5	平行移動による解釈 . . . . .	114
8.6	ゲージ場の運動方程式 . . . . .	115
8.7	曲率の共変微分 . . . . .	120
8.8	微分形式での記述 . . . . .	122
8.9	ゲージ場の再定義 . . . . .	125
8.A	計算についての補足 . . . . .	128
8.B	統一場理論からゲージ理論へ . . . . .	129
8.C	内山龍雄の一般ゲージ場論の動機 . . . . .	131
<b>第 9 章</b>	<b>重力場</b>	<b>133</b>
9.1	重力場のラグランジアン密度 . . . . .	133
9.2	アインシュタイン方程式 . . . . .	134
9.3	アインシュタイン定数の決定 . . . . .	139
9.4	微分形式による記述：準備 . . . . .	141
9.5	微分形式によるアインシュタイン方程式の導出 . . . . .	144
9.A	補足 . . . . .	148
<b>第 10 章</b>	<b>ディラック場</b>	<b>156</b>
10.1	ガンマ行列とローレンツ変換 . . . . .	156

10.2	自由なディラック場 . . . . .	158
10.3	ディラック場と電磁場との結合 . . . . .	163
10.4	強い相互作用 . . . . .	164
10.5	微分形式での記述 . . . . .	166
<b>第 11 章</b>	<b>ゲージ場としての重力場</b>	<b>168</b>
11.1	公式 . . . . .	168
11.2	ディラック場と重力との結合 . . . . .	169
11.3	重力場の方程式 . . . . .	175
11.4	振率について . . . . .	178
11.5	重力場の方程式：振率なしの要請をした場合 . . . . .	179
11.6	1 階形式 . . . . .	180
11.A	重力場のラグランジアン形式の書き換え . . . . .	184
<b>第 2 部</b>	<b>共変解析力学</b>	<b>187</b>
<b>第 12 章</b>	<b>従来の正準形式</b>	<b>189</b>
12.1	質点系の正準形式 . . . . .	189
12.2	場の従来の正準形式 . . . . .	192
<b>第 13 章</b>	<b>共変解析力学：導入</b>	<b>195</b>
13.1	場の従来の正準形式の問題点 . . . . .	195
13.2	歴史 . . . . .	196
13.3	一般論 . . . . .	198
13.4	電磁場 . . . . .	199
13.5	非可換ゲージ場 . . . . .	201
13.6	複素スカラー場 . . . . .	202
13.7	質点系 . . . . .	204
13.8	De Donder-Weyl 理論 . . . . .	205
<b>第 14 章</b>	<b>重力場の共変解析力学</b>	<b>211</b>

14.1	公式 . . . . .	211
14.2	準備 . . . . .	212
14.3	共役形式 $\pi_a$ での変分 . . . . .	214
14.4	フレーム形式 $\theta^a$ での変分 . . . . .	216
14.5	正準方程式 . . . . .	220
14.6	1 階形式 . . . . .	221
14.A	(14.4.24) の証明 . . . . .	223
<b>第 15 章</b>	<b>共変解析力学の展開</b>	<b>225</b>
15.1	ポアソン括弧 . . . . .	225
15.2	変換の生成子 . . . . .	226
15.3	拘束系への適用 . . . . .	227
15.A	Covariant Hamiltonian approach . . . . .	228
<b>第 3 部</b>	<b>不変変分論とゲージ理論</b>	<b>229</b>
<b>第 16 章</b>	<b>不変変分論</b>	<b>231</b>
16.1	質点系の Noether の定理：一般論 . . . . .	231
16.2	質点系の Noether の定理の応用 . . . . .	235
16.3	場の不変変分論：一般論 . . . . .	237
16.4	Noether の第 1 定理 . . . . .	240
16.5	Noether の第 2 定理 . . . . .	242
16.6	Noether の第 2 定理の性質 . . . . .	244
16.7	Noether の第 1 定理の応用 . . . . .	248
16.8	Noether の第 2 定理の応用 . . . . .	249
16.A	Noether の第 2 定理の応用：その 2 . . . . .	250
<b>第 17 章</b>	<b>内山龍雄の一般ゲージ場論</b>	<b>254</b>
17.1	ゲージ場の導入 . . . . .	254
17.2	ラグランジアン密度の形：Noether の第 2 定理の応用 . . . . .	260

17.3	ゲージ場の運動方程式 . . . . .	261
<b>第 18 章</b>	<b>初期のゲージ理論</b>	<b>264</b>
18.1	ワイルのゲージ理論 . . . . .	264
18.2	ゲージ原理への発展 . . . . .	268
18.3	シヨアのゲージ理論 (SU(2), 1955 年) . . . . .	270
18.4	ヤン・ミルズのゲージ理論 (SU(2), 1954 年) . . . . .	273
18.5	いくつかのコメント . . . . .	274
<b>第 4 部</b>	<b>第 1, 2, 3 部への付録</b>	<b>277</b>
<b>第 A 章</b>	<b>線形リー群</b>	<b>279</b>
A.1	線形リー群とリー代数 . . . . .	279
A.2	随伴表現 . . . . .	282
A.3	構造定数の完全反対称性 . . . . .	283
A.4	ゲージ場の変換則 . . . . .	284
<b>第 B 章</b>	<b>テンソル解析への補足</b>	<b>286</b>
B.1	局所ローレンツ系の設定 . . . . .	286
B.2	行列式の微分 . . . . .	288
B.3	反対称共変テンソルの微分 . . . . .	288
B.4	余微分の計算 . . . . .	290
B.5	ダランベルシアン . . . . .	291
B.6	曲率の対称性 . . . . .	293
B.7	ビアンキ恒等式 . . . . .	294
B.8	擬テンソル $E_{\mu_1 \dots \mu_n}$ . . . . .	296
B.9	デルタ関数 . . . . .	297
B.10	真の重力の有無 . . . . .	298
<b>第 C 章</b>	<b>場のオイラー・ラグランジュ方程式の共変性</b>	<b>303</b>

---

第 D 章	フレーム形式の公式集	305
D.1	公式集 . . . . .	305
D.2	証明 . . . . .	306
第 E 章	ピン群	309
E.1	$O(p, q)$ 群 . . . . .	309
E.2	ピン群 . . . . .	310
E.3	群 $\mathcal{P}^D$ . . . . .	312
第 F 章	ディラック場の共変解析力学	315
第 G 章	エネルギー・運動量保存則	318
G.1	全系のエネルギー・運動量保存則 . . . . .	318
G.2	「物質」系のエネルギー・運動量保存則 . . . . .	320
第 5 部	さらなる補足	323
第 H 章	特殊相対論と表現論	325
H.1	ミンコフスキー時空とポアンカレ変換 . . . . .	325
H.2	ポアンカレ群とローレンツ群 . . . . .	328
H.3	回転群の表現 . . . . .	330
H.4	ローレンツ群の表現 . . . . .	335
第 I 章	一般ゲージ理論と物性物理	339
文献紹介		343
あとがき		355
索引		358